

Temat: Przesuwanie wykresu funkcji wzdłuż osi OY.

Przed rozpoczęciem lekcji obejrzyjcie następujące filmy: do tego tematu od 0 do 1:20

<https://www.youtube.com/watch?v=1FAqTGz0QT8&list=PL1maTzwxY9wj5rJsNRRiljVBwoaU0KtDz&index=14>

<https://www.youtube.com/watch?v=sD4mC5Ux6pM> -do tego tematu od 0 do 6:37

Notatka:

Wsparcie do tego tematu są strony 169 – 170 z podręcznika.

TWIERDZENIE

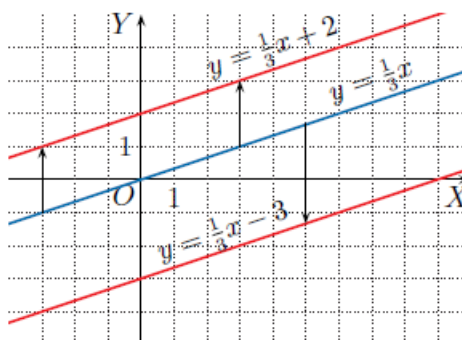
Wykres funkcji $y = f(x) + q$ dla $q > 0$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $y = f(x)$ o q jednostek w górę wzdłuż osi OY .

Wykres funkcji $y = f(x) - q$ dla $q > 0$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $y = f(x)$ o q jednostek w dół wzdłuż osi OY .

Przykład

Jeśli przesuniemy wykres funkcji $y = \frac{1}{3}x$ o 2 jednostki w górę, to otrzymamy wykres funkcji $y = \frac{1}{3}x + 2$.

Jeśli przesuniemy wykres funkcji $y = \frac{1}{3}x$ o 3 jednostki w dół, to otrzymamy wykres funkcji $y = \frac{1}{3}x - 3$.



Wykonaj zadania:

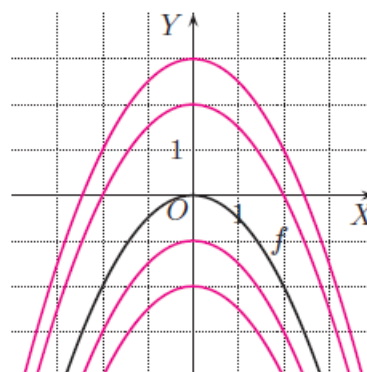
26. Na rysunku obok kolorem czarnym narysowano wykres funkcji $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$. Podpisz pozostałe wykresy.

$h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

$l(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

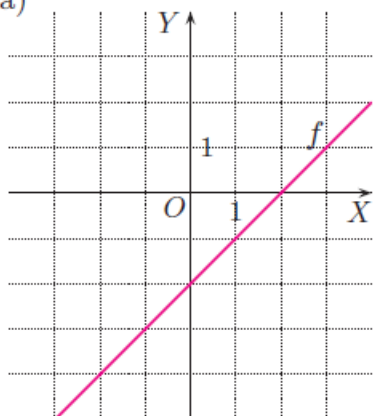
$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3$

$k(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2$

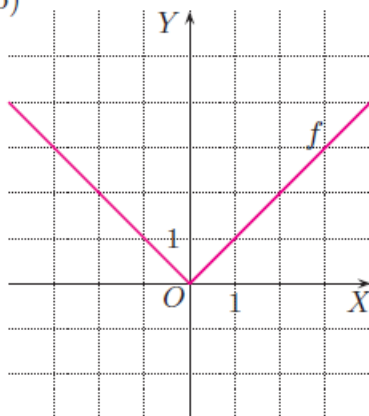


27. Naszkicuj na rysunku przedstawiającym wykres funkcji f wykresy funkcji $g(x) = f(x) + 3$ i $h(x) = f(x) - 2$.

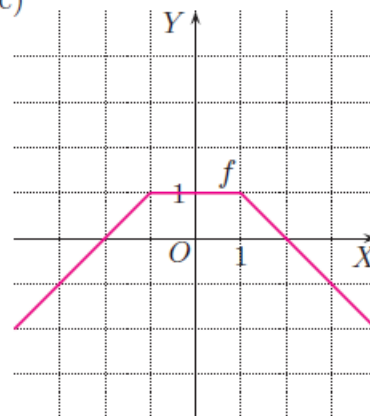
a)



b)



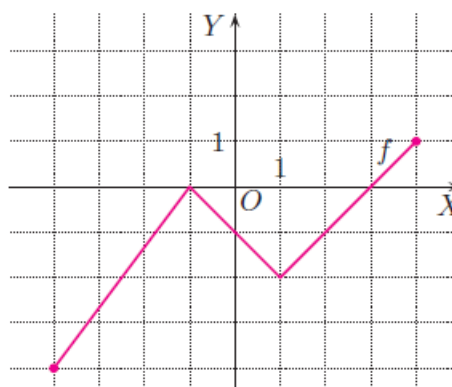
c)



28. Dany jest wykres funkcji $f: \langle -4; 4 \rangle \rightarrow \mathbb{R}$. Naszkicuj wykres funkcji $g(x) = f(x) + 2$, a następnie odczytaj z niego:

a) miejsca zerowe funkcji g ,

b) zbiór argumentów, dla których funkcja g przyjmuje wartości dodatnie.

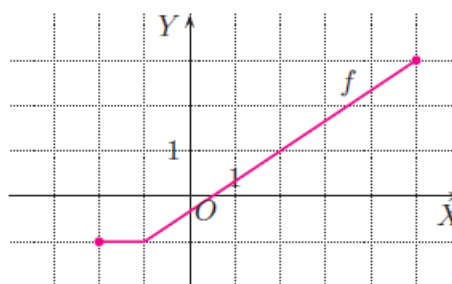


29. Dany jest wykres funkcji $f: \langle -2; 5 \rangle \rightarrow \mathbb{R}$, której zbiorem wartości jest przedział $\langle -1; 3 \rangle$. Podaj zbiór wartości funkcji:

a) $g(x) = f(x) + 1$ _____

b) $h(x) = f(x) + 3$ _____

c) $k(x) = f(x) - 2$ _____

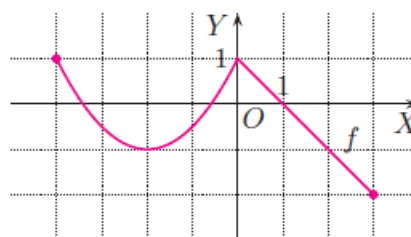


30. Dany jest wykres funkcji $f: \langle -4; 3 \rangle \rightarrow \mathbb{R}$. Dla jakiej wartości parametru a punkt P należy do wykresu funkcji $y = f(x) + a$?

a) $P(0, 3)$ _____

b) $P(3, 1)$ _____

c) $P(-4, -2)$ _____

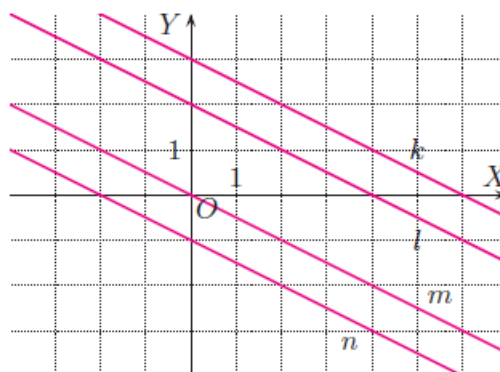


31. Przedstawione na rysunku proste k , l , m i n są równoległe. Prosta l jest wykresem funkcji $y = -\frac{1}{2}x + 2$. Podaj wzory pozostałych prostych.

k : _____

m : _____

n : _____



Temat: Przesuwanie wykresu funkcji wzdłuż osi OX.

Przed rozpoczęciem lekcji obejrzyjcie następujące filmy: do tego tematu od 1:20 do końca

<https://www.youtube.com/watch?v=1FAqTGz0QT8&list=PL1maTzwxY9wj5rJsNRRiljVBwoaU0KtDz&index=14>

<https://www.youtube.com/watch?v=sD4mC5Ux6pM> -do tego tematu od 6:37 0 do końca

Notatka:

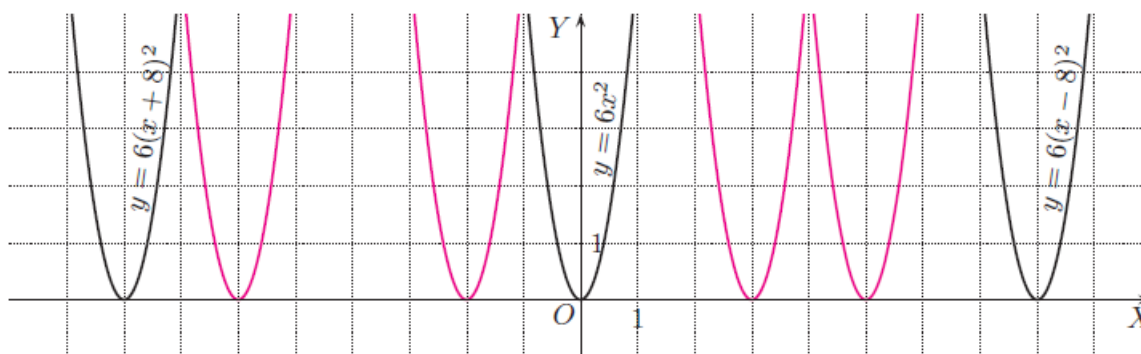
Wsparcie do tego tematu są strony 171 – 172 z podręcznika.

TWIERDZENIE

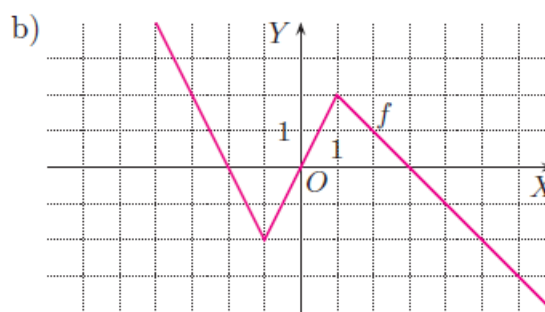
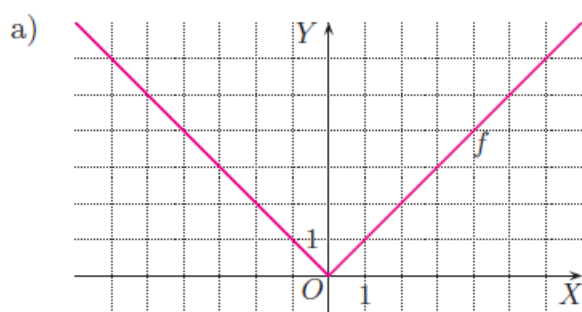
Wykres funkcji $y = f(x - p)$ dla $p > 0$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $y = f(x)$ o p jednostek w prawo wzdłuż osi OX.

Wykres funkcji $y = f(x + p)$ dla $p > 0$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $y = f(x)$ o p jednostek w lewo wzdłuż osi OX.

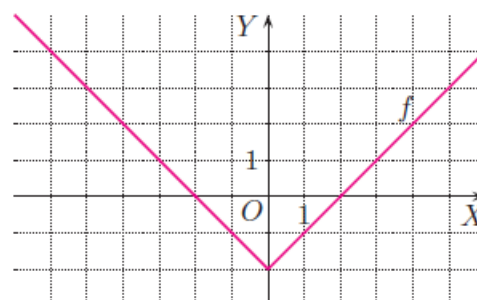
35. Na rysunku przedstawiono wykresy siedmiu funkcji. Trzy z nich podpisano. Podpisz pozostałe cztery wykresy.



36. Naskicuj na rysunku przedstawiającym wykres funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wykresy funkcji $g(x) = f(x - 2)$ i $h(x) = f(x + 3)$.



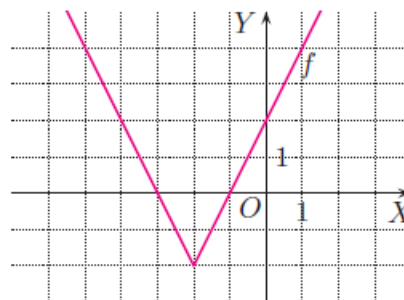
37. Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Naskicuj wykresy funkcji $g(x) = f(x - 1)$ oraz $h(x) = f(x + 2)$. Dla jakich argumentów x zachodzi podana nierówność?



a) $g(x) < 0$ _____

b) $h(x) \leq 0$

38. Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Dla jakich argumentów x funkcja g przyjmuje wartości nieujemne?

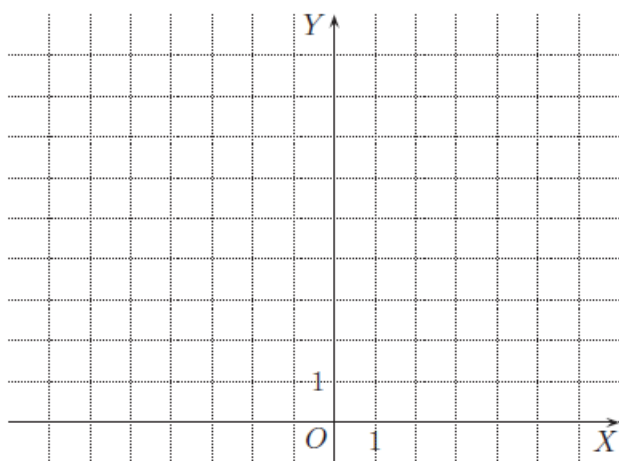


a) $g(x) = f(x - 1)$ _____

b) $g(x) = f(x - 14)$ _____

c) $g(x) = f(x + 10)$ _____

39. Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = x^2$. Stosując odpowiednie przesunięcia, naszkicuj wykresy funkcji $g(x) = (x + 4)^2$ oraz $h(x) = (x - 3)^2$. Odczytaj z wykresów rozwiązania równań: $f(x) = 1$, $g(x) = 1$ oraz $h(x) = 1$.



$f(x) = 1$ dla $x = -1, x = 1$ _____

$g(x) = 1$ dla _____

$h(x) = 1$ dla _____

42. Podaj wzór funkcji g , której wykres otrzymano z wykresu funkcji $f(x) = 5x^3$ przez przesunięcie:

a) o 3 jednostki w górę,

c) o 4 jednostki w prawo,

$g(x) = 5(x - 4)^3$ _____

b) o 2 jednostki w dół,

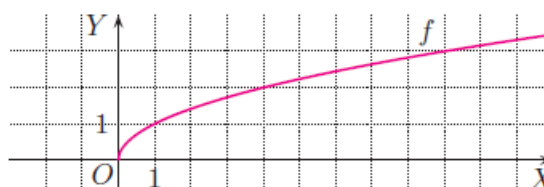
d) o 1 jednostkę w lewo.

41. Na rysunku przedstawiono wykres funkcji $f: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ określonej wzorem $f(x) = \sqrt{x}$. Naszkicuj wykresy funkcji $g(x) = \sqrt{x - 1}$ i $h(x) = \sqrt{x + 2}$.

a) Podaj dziedziny funkcji g i h .

$D_g =$ _____

$D_h =$ _____



b) Dla jakich x spełnione jest równanie $g(x) = 2$? _____

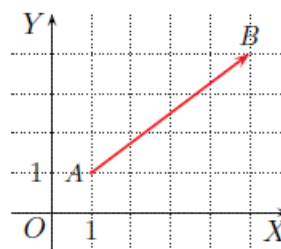
c) Dla jakich x zachodzi nierówność $h(x) \geq 3$? _____

Temat: Wektory w układzie współrzędnych.

Intuicyjnie wektor to odcinek z wyróżnionym początkiem i końcem, często rysowany jako strzałka. Wektor o początku A i końcu B oznaczamy $\overrightarrow{AB}$.

Wektor $\overrightarrow{AB}$ (rysunek obok) możemy określić, podając współrzędne początku wektora $A(1,1)$ i współrzędne końca $B(5,4)$.

Punkt A będący początkiem wektora $\overrightarrow{AB}$ nazywamy też punktem zaczepienia wektora, a o wektorze $\overrightarrow{AB}$ mówimy, że jest zaczepiony w punkcie A .



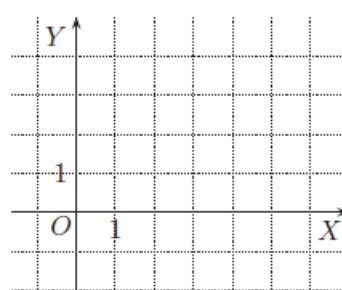
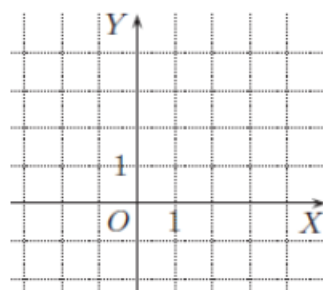
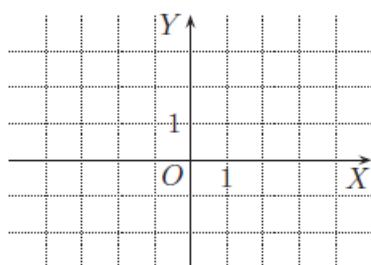
Ćwiczenie 1

Naszkicuj wektor $\overrightarrow{AB}$.

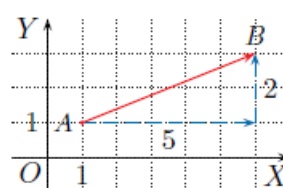
a) $A(-3, 2)$, $B(4, -1)$

b) $A(2, 2)$, $B(-1, 5)$

c) $A(6, 3)$, $B(6, -1)$



Wektory są wygodnym sposobem opisu przesunięcia w układzie współrzędnych. Zauważmy, że przesunięcie o wektor $\overrightarrow{AB}$ (rysunek obok) oznacza przesunięcie o 5 jednostek w prawo i 2 jednostki w górę. Zapisujemy to: $\overrightarrow{AB} = [5, 2]$.



Dowolny wektor na płaszczyźnie kartezjańskiej możemy zapisać jako parę liczb $[a, b]$. W przesunięciu o wektor $[a, b]$:

- współrzędna a określa, o ile jednostek nastąpiło przesunięcie w poziomie (wzdłuż osi OX), w prawo, jeśli $a > 0$, i w lewo, jeśli $a < 0$;
- współrzędna b określa, o ile jednostek nastąpiło przesunięcie w pionie (wzdłuż osi OY), w górę, jeśli $b > 0$, i w dół, jeśli $b < 0$.

Obejrzyjcie następujące film: <https://www.youtube.com/watch?v=JV-2iypFyKY>

Przykład 1

Na rysunku obok:

$\overrightarrow{AB} = [4, 3]$, $\overrightarrow{CD} = [-3, 0]$,

$\overrightarrow{EF} = [0, 4]$, $\overrightarrow{KL} = [-2, -1]$.

Ćwiczenie 2

Korzystając z rysunku obok, podaj współrzędne wektora:

a) $\overrightarrow{GH}$, b) $\overrightarrow{IJ}$.

