

Temat: Odczytywanie własności funkcji z wykresu. – 3 lekcje

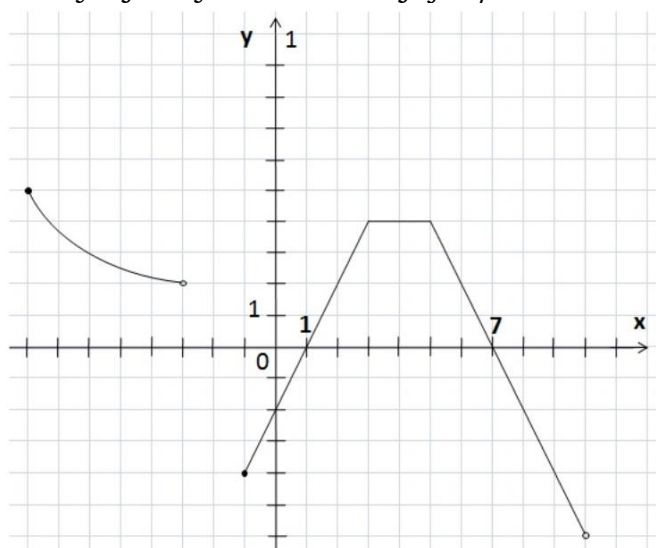
Z wykresu funkcji będziemy odczytywali następujące własności:

- dziedzinę funkcji,
- zbiór wartości,
- przedziały monotoniczności,
- miejsce zerowe,
- punkty przecięcia z osiami,
- argumenty dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie/ujemne,
- argumenty dla których funkcja przyjmuje daną wartość,
- argumenty dla których funkcja spełnia daną nierówność,
- sprawdzić, czy dany punkt należy do wykresu funkcji,
- wartość minimalną (minimum) i wartość maksymalną (maksimum).

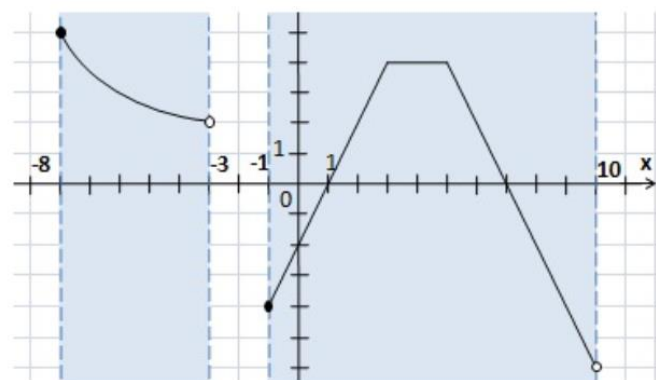
Wsparciem do tego tematu są strony 161 – 164 z podręcznika.

Przykład

Odczytaj z wykresu funkcji f w/w własności:



Dziedzina funkcji

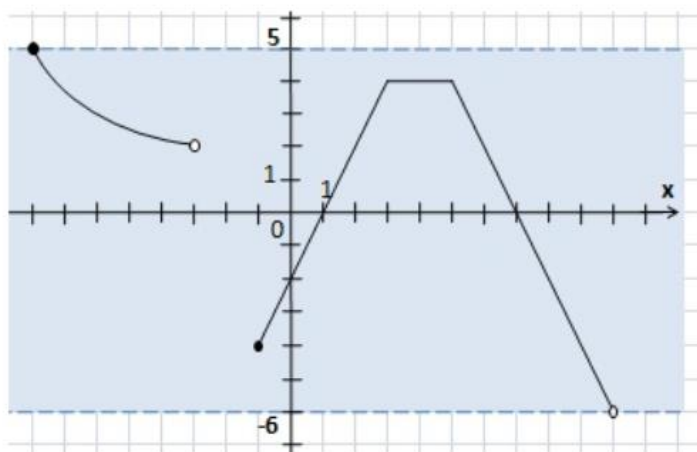


Dziedziną jest przedział lub przedziały, w jakich rozciąga się wykres (wzdłuż osi OX):

Zwracamy uwagę na kółka (czy są zamalowane czy nie)

W tym wypadku dziedziną są dwa przedziały lewostronnie domknięte połączone znakiem sumy $D_f = \langle -8; -3 \rangle \cup \langle -1; 10 \rangle$

Zbiór wartości

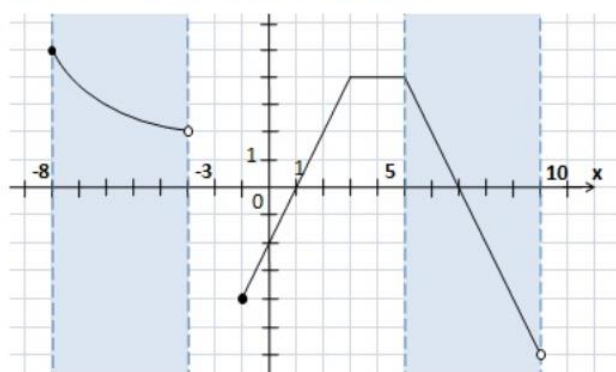


Zbiorem wartości jest przedział lub przedziały, w jakich rozciąga się wykres (wzdłuż osi OY):

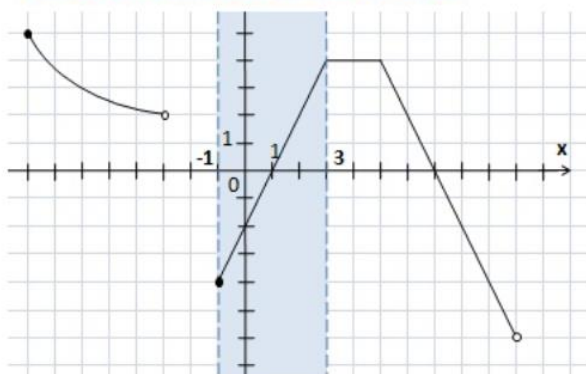
Zbiór wartości oznaczamy symbolem $f(D_f)$ lub Y_f $f(D_f) = (-6; 5)$

Przedziały monotoniczności

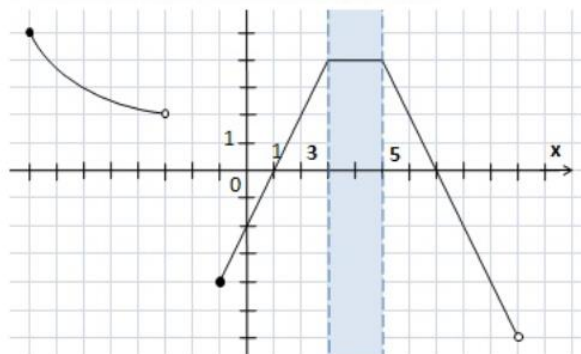
Rozpatrywana funkcja jest malejąca w dwóch przedziałach: od -8 do -3 oraz od 5 do 10:



Funkcja jest rosnąca w przedziale od -1 do 3.



Funkcja jest stała w przedziale od 3 do 5.



Można zapisać to:

$f(x) \searrow$ w przedziałach $\langle -8, -3 \rangle$ i $\langle 5, 10 \rangle$

$f(x) \nearrow$ w przedziale $\langle -1, 3 \rangle$

$f(x) \rightarrow$ w przedziale $\langle 3, 5 \rangle$

Częściej natomiast zapisujemy kolejne przedziały:

dla $x \in \langle -8; -3 \rangle$ $f(x) \searrow$ [czyt. dla $x \in \langle -8; -3 \rangle$ funkcja jest malejąca]

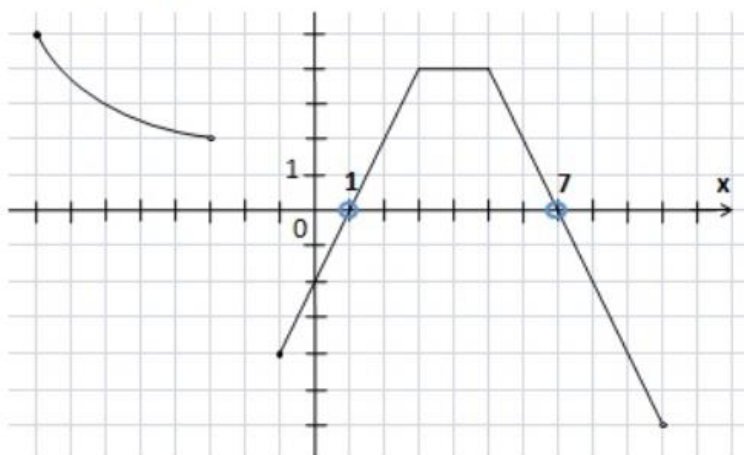
dla $x \in \langle -1; 3 \rangle$ $f(x) \nearrow$ [czyt. dla $x \in \langle -1; 3 \rangle$ funkcja jest rosnąca]

dla $x \in \langle 3; 5 \rangle$ $f(x) \rightarrow$ [czyt. dla $x \in \langle 3; 5 \rangle$ funkcja jest stała]

dla $x \in \langle 5; 10 \rangle$ $f(x) \searrow$ [czyt. dla $x \in \langle 5; 10 \rangle$ funkcja jest malejąca]

Miejsce zerowe

Miejsce zerowe, to argument (x), dla którego wartość (y) wynosi zero. Określenie miejsca zerowego, sprowadza się do odczytania argumentów (x) w punktach, w których wykres przecina oś odciętych (oś OX).



Przyjęło się, że:

- gdy mamy jedno miejsce zerowe oznaczamy je indeksem zero: x_0 ,
- gdy mamy więcej miejsc zerowych (tak jak w rozpatrywanym przykładzie) oznaczmy je kolejnymi liczbami naturalnymi i łączymy spójnikiem „lub” ($\vee$), czyli: $x_1 \vee x_2 \vee x_3 \dots$

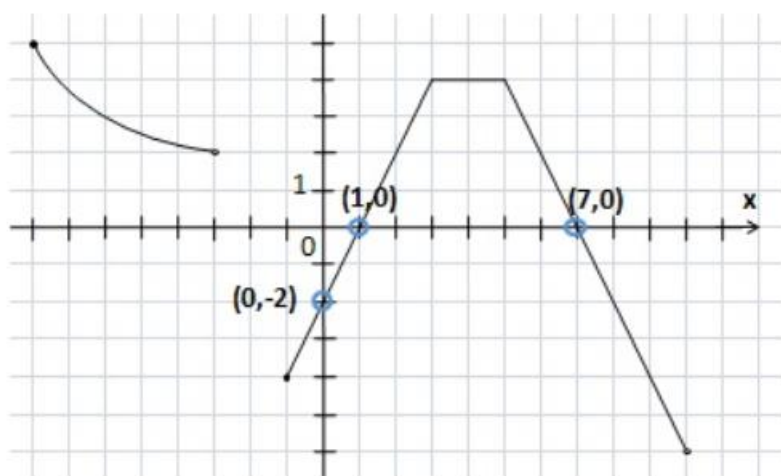
W tym wypadku mamy 2 miejsca zerowe, więc zapisujemy to:

$$f(x) = 0 \text{ dla } x_1 = 1 \text{ lub } x_2 = 7$$

Punkty przecięcia z osiami

Osobno zapisujemy punkty przecięcia z osią OX i punkt przecięcia z osią OY (zawsze jest tylko jeden).

Punkty przecięcia z osią OX znajdują się w miejscach zerowych, opisanych w poprzednim punkcie.



Zapisujemy:

Punkty przecięcia z osią OX :

$(1, 0); (7, 0)$

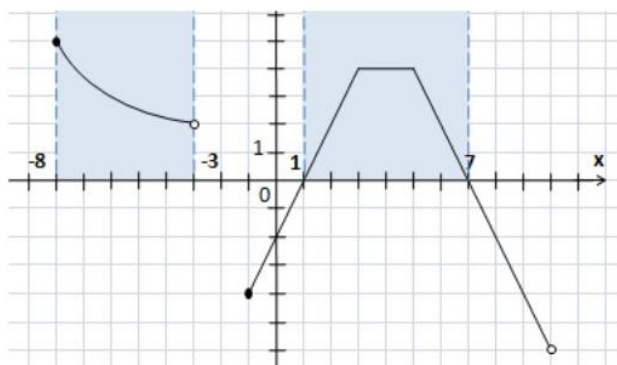
Punkt przecięcia z osią OY :

$(0, -2)$

Karta pracy nr 4 – klasa I (po gimnazjum)

Argumenty dla których funkcja jest dodatnia: $f(x) > 0$

Są to przedziały argumentów (x), tych części wykresu, które znajdują się nad osią OX .

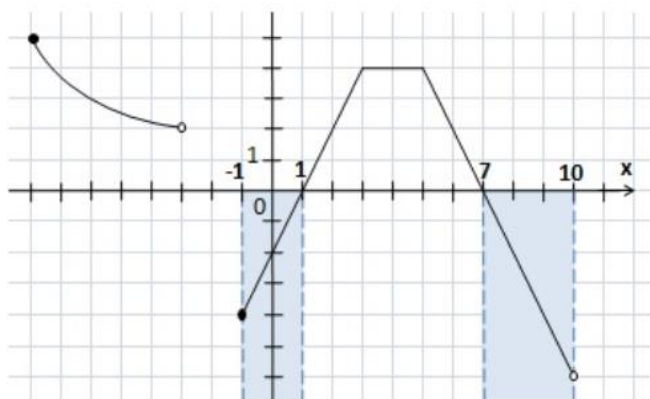


$$f(x) > 0 \quad \text{dla } x \in \langle -8, -3 \rangle \cup (1, 7)$$

Zapisujemy przedziały. Nawiasy przy punktach leżących na osi OX , będą okrągłe, ponieważ w tych punktach wartość funkcji wynosi zero, a chodzi nam o wartości dodatnie (wyłącznie większe od zera).

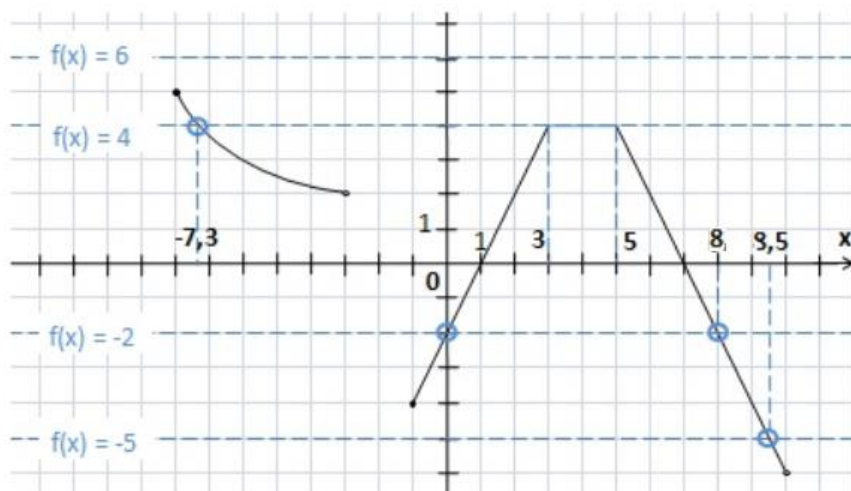
Argumenty dla których funkcja jest ujemna: $f(x) < 0$

Są to przedziały argumentów (x), tych części wykresu, które znajdują się pod osią OX .



$$f(x) < 0 \quad \text{dla } x \in \langle -1, 1 \rangle \cup (7, 10)$$

Argumenty dla których funkcja przyjmuje daną wartość



Zapisujemy to:

$f(x) = 6$ - brak takich argumentów

$f(x) = 4$ dla $x \in \langle 3, 5 \rangle \cup \{-7, 3\}$ -
w tym wypadku wartość 4 mamy dla argumentu -7,3 oraz w przedziale $\langle 3, 5 \rangle$

$f(x) = -2$ dla $x_1 = 0$ lub $x_2 = 8$

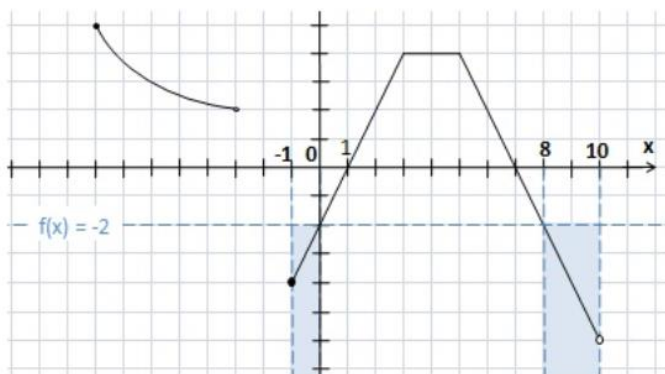
$f(x) = -5$ dla $x = 9,5$

Karta pracy nr 4 – klasa I (po gimnazjum)

Argumenty dla których funkcja spełnia daną nierówność

$$f(x) < -2$$

$$f(x) \leq -2$$

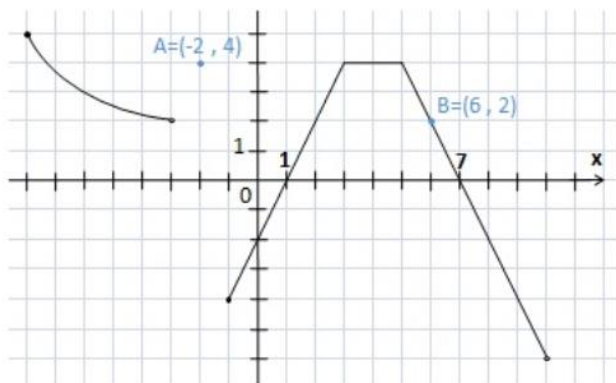


$$f(x) < -2 \quad \text{dla } x \in \langle -1, 0 \rangle \cup (8, 10)$$

$$f(x) \leq -2 \quad \text{dla } x \in \langle -1, 0 \rangle \cup \langle 8, 10 \rangle$$

Sprawdzenie czy dany punkt należy do wykresu funkcji

Punkty: $A=(-2, 4)$, $B=(6, 2)$



Zapisujemy to:

$$A \notin f(x)$$

$$B \in f(x)$$

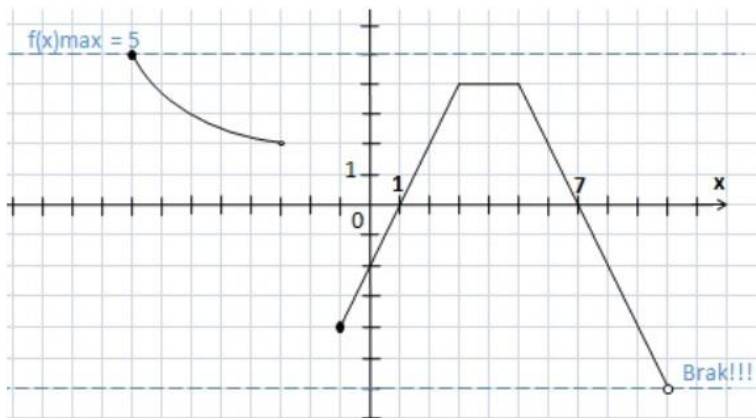
Minimum i maksimum

Minimalną wartość funkcji oznaczamy: $f(x)_{\min}$ lub $y_{\min}$.

Maksymalną wartość oznaczamy: $f(x)_{\max}$ lub $y_{\max}$.

Wartość maksymalna to wartość (y) najwyżej leżącego punktu wykresu, a minimalna punktu leżącego najniżej. Dodatkowo, oprócz samej wartości wypada podać argument (x) lub przedział argumentów, dla odczytanej wartości.

Jeżeli maksimum lub minimum funkcji wypada w punkcie, w którym znajduje się pusta kropka, minimum lub maksimum nie istnieje.

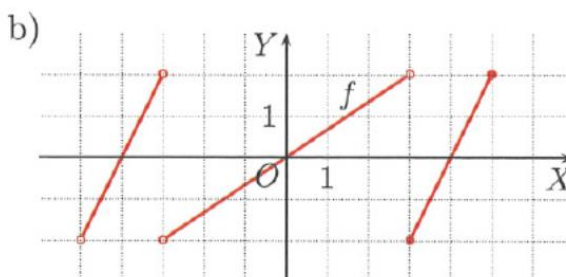
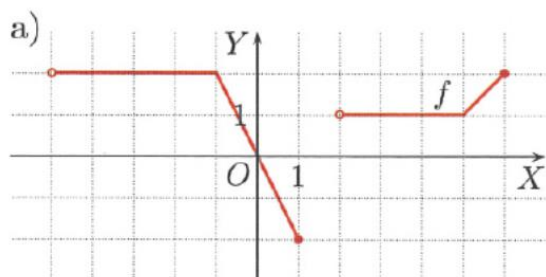


Minimum funkcji: brak.

Maksimum funkcji: $f(x)_{\max} = 5$ dla $x = -8$

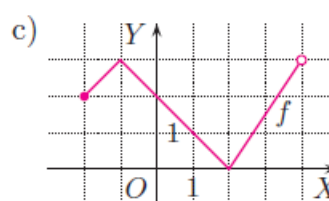
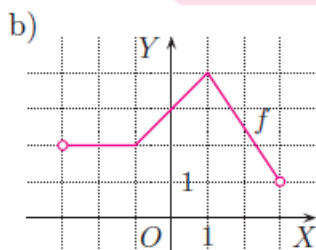
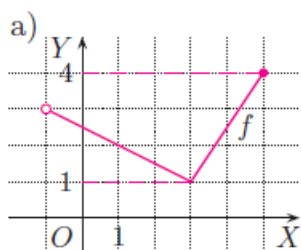
Ćwiczenie 1 str.161

Odczytaj z wykresu funkcji f jej dziedzinę.

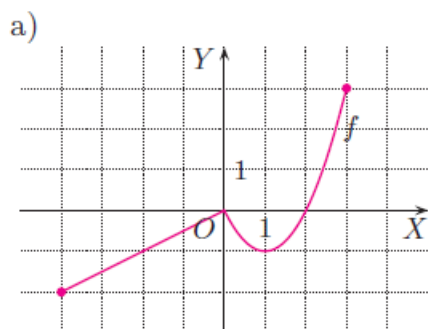


18. Odczytaj z wykresu funkcji f jej dziedzinę i zbiór wartości.

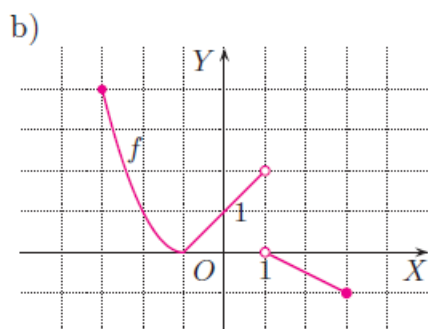
Zbiór wartości funkcji $f: X \rightarrow Y$ to zbiór tych wszystkich $y \in Y$, dla których istnieje taki argument $x \in X$, że $f(x) = y$.



20. Uzupełnij poniższe informacje na podstawie wykresu funkcji f .

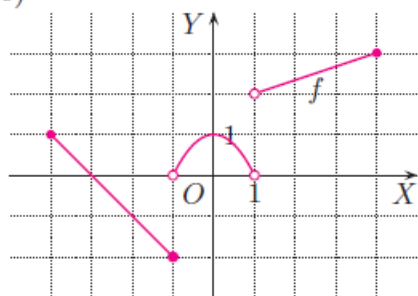


- dziedzina: _____
- zbiór wartości: _____
- miejsca zerowe: $x = 0$ oraz $x = 2$
- funkcja f przyjmuje najmniejszą wartość _____ dla argumentu _____ oraz największą wartość _____ dla argumentu _____



- dziedzina: _____
- zbiór wartości: _____
- miejsca zerowe: _____
- funkcja f przyjmuje najmniejszą wartość _____ dla argumentu _____ oraz największą wartość _____ dla argumentu _____

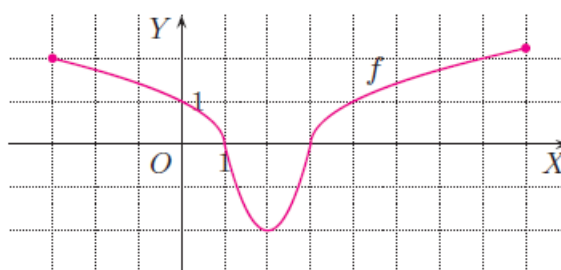
c)



- dziedzina: _____
- zbiór wartości: _____
- miejsca zerowe: _____
- funkcja f przyjmuje najmniejszą wartość _____ dla argumentu _____ oraz największą wartość _____ dla argumentu _____

21. Dany jest wykres funkcji $f: \langle -3; 8 \rangle \rightarrow \mathbb{R}$. Uzupełnij tabelę.

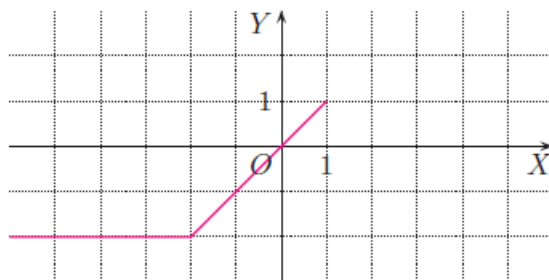
Przedział	Wartość	
	najmniejsza	największa
$\langle -3; 0 \rangle$		
$\langle 0; 8 \rangle$		
$\langle 2; 4 \rangle$	-2	



23. Uzupełnij wykres funkcji f . Odczytaj z niego zbiór wartości tej funkcji i zbiór rozwiązań nierówności $f(x) \leq 1$.

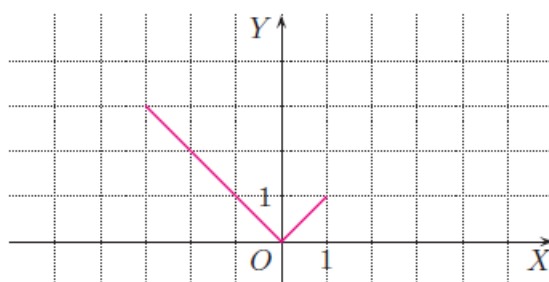
$$a) f(x) = \begin{cases} -2 & \text{dla } x \in (-\infty; -2) \\ x & \text{dla } x \in (-2; 1) \\ 1 & \text{dla } x \in (1; \infty) \end{cases}$$

- zbiór wartości: _____
- $f(x) \leq 1$ dla _____



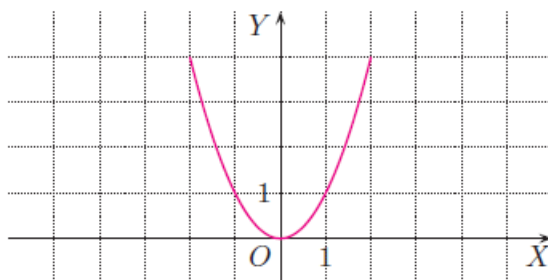
$$b) f(x) = \begin{cases} 3 & \text{dla } x \in (-\infty; -3) \\ |x| & \text{dla } x \in (-3; 1) \\ 1 & \text{dla } x \in (1; \infty) \end{cases}$$

- zbiór wartości: _____
- $f(x) \leq 1$ dla _____



$$c) f(x) = \begin{cases} 4 & \text{dla } x \in (-\infty; -2) \\ x^2 & \text{dla } x \in (-2; 2) \\ 4 & \text{dla } x \in (2; \infty) \end{cases}$$

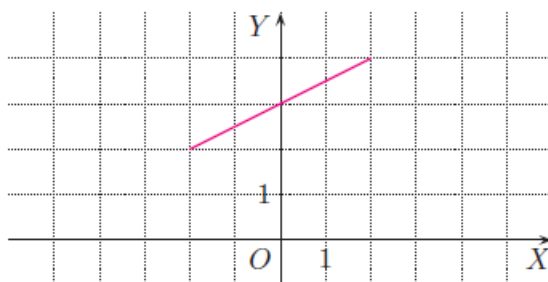
- zbiór wartości: _____
- $f(x) \leq 1$ dla _____



d) $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{dla } x \in (-\infty; -2) \\ \frac{1}{2}x + 3 & \text{dla } x \in (-2; 2) \\ -x + 6 & \text{dla } x \in (2; \infty) \end{cases}$

• zbiór wartości: _____

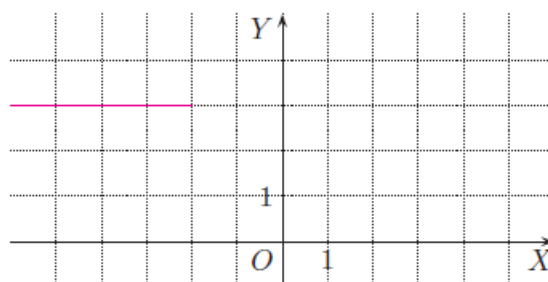
• $f(x) \leq 1$ dla _____



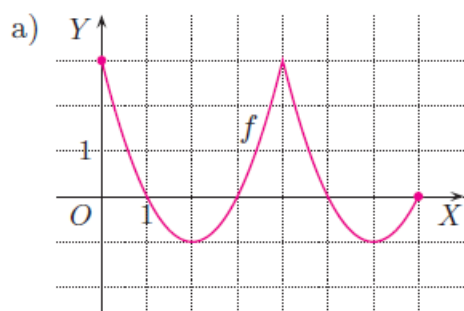
e) $f(x) = \begin{cases} -3 & \text{dla } x \in (-\infty; -2) \\ -x + 1 & \text{dla } x \in (-2; 1) \\ x - 1 & \text{dla } x \in (1; \infty) \end{cases}$

• zbiór wartości: _____

• $f(x) \leq 1$ dla _____



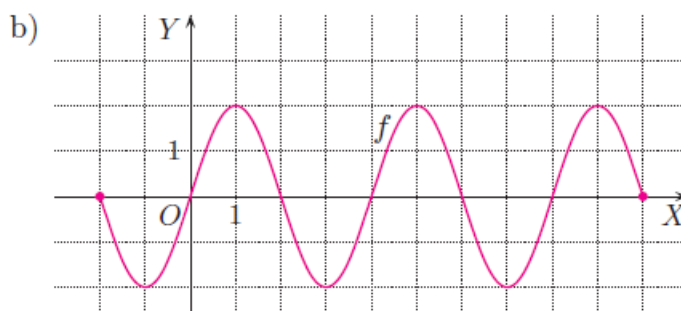
24. Odczytaj z wykresu funkcji f jej dziedzinę, zbiór rozwiązań nierówności $f(x) < 0$ oraz zbiór rozwiązań nierówności $f(x) \geq 0$.



• dziedzina: _____

• $f(x) < 0$ dla _____

• $f(x) \geq 0$ dla _____

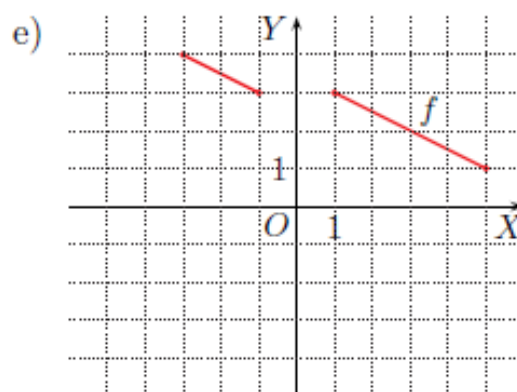
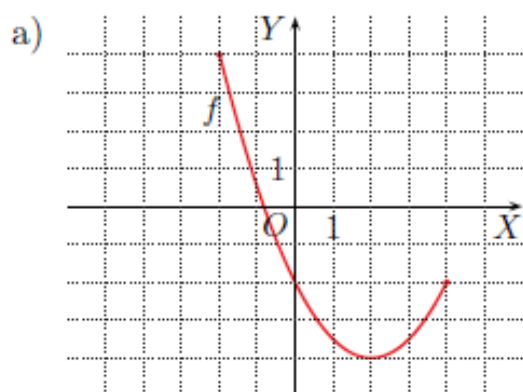


• dziedzina: _____

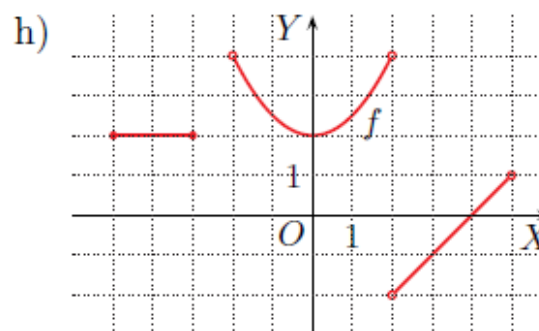
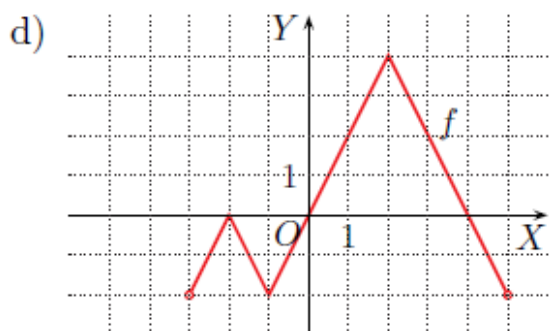
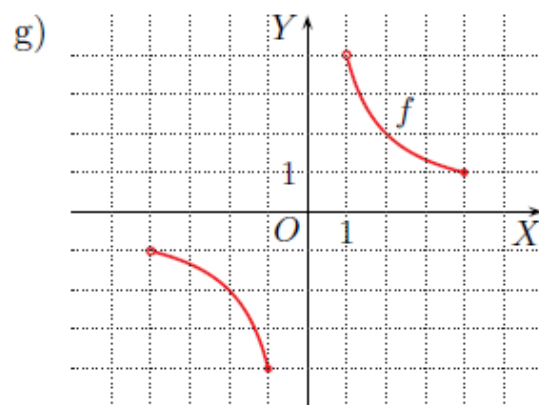
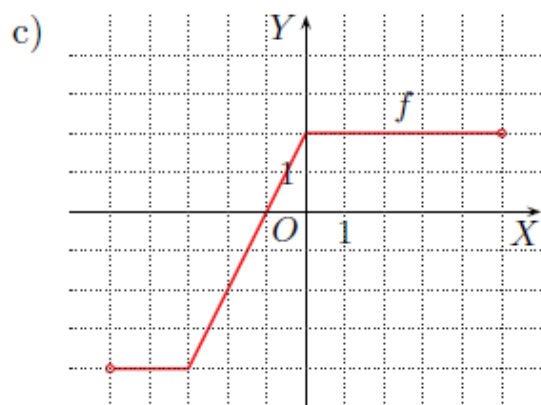
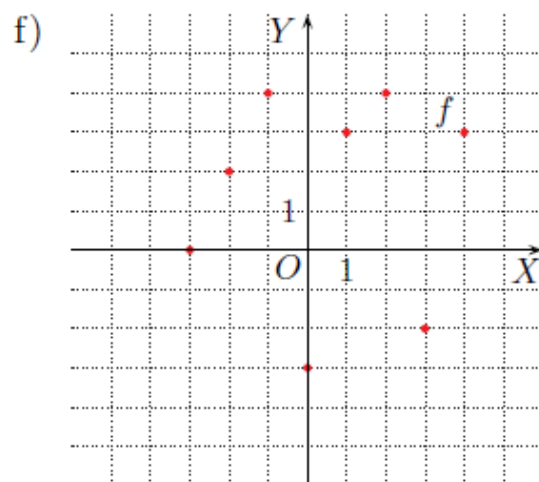
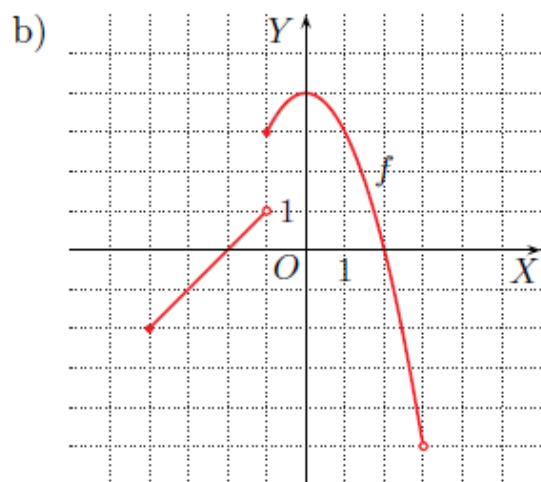
• $f(x) < 0$ dla _____

• $f(x) \geq 0$ dla _____

1. Odczytaj z wykresu funkcji f jej dziedzinę, zbiór wartości, wartość najmniejszą i wartość największą oraz argumenty, dla których te wartości są przyjmowane.



Karta pracy nr 4 – klasa I (po gimnazjum)



W przyszłym tygodniu w czwartek (30 kwietnia) będzie z tego zakresu sprawdzian.
Linki roześlę na pocztę.

Pozdrawiam
Edyta Kolenda