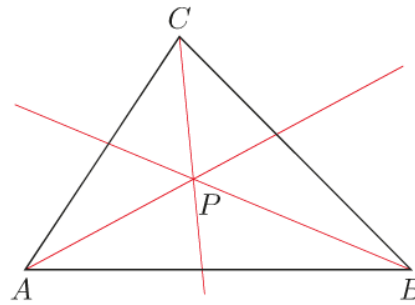


Temat: Punkty specjalne w trójkącie

Dwusieczną kąta nazywamy półprostą o początku w wierzchołku kąta, dzielącą ten kąt na dwa kąty o równych miarach.

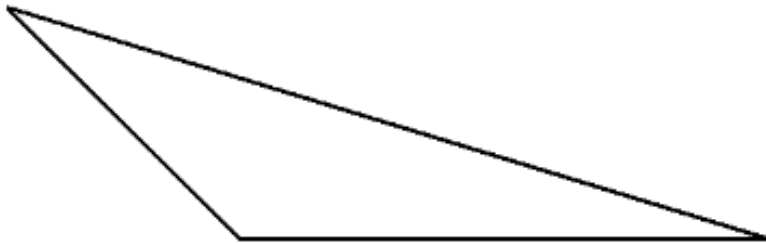
Dwusieczne kątów trójkąta przecinają się w jednym punkcie.



Konstrukcję dwusiecznej obejrzyj tu: https://www.youtube.com/watch?v=BceqNvsE_K4

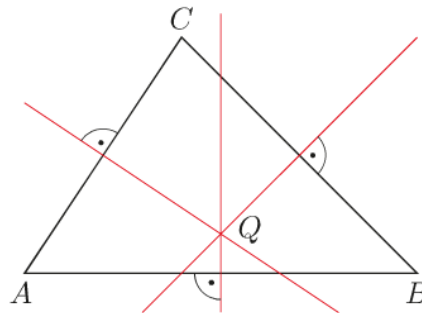
Zadanie 1

Skonstruuj punkt przecięcia dwusiecznych w trójkącie rozwartokątnym.



Symetralną odcinka nazywamy prostą prostopadłą do tego odcinka, przechodzącą przez jego środek.

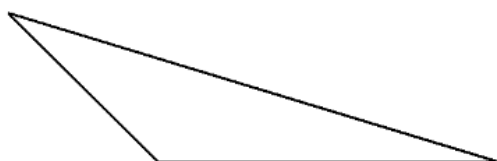
Symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie.



Konstrukcję symetralnej obejrzyj tu: <https://www.youtube.com/watch?v=5Wp3BWhq2Wo>

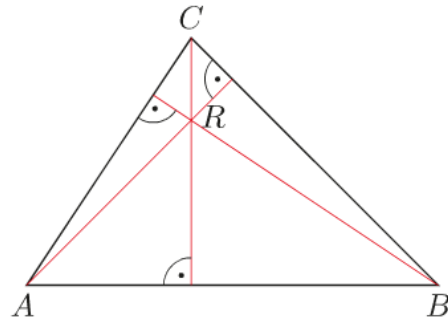
Zadanie 2

Skonstruuj punkt przecięcia symetralnych w trójkącie rozwartokątnym.



Wysokością trójkąta nazywamy odcinek prostopadły do boku trójkąta, łączący ten bok (lub jego przedłużenie) z przeciwnym wierzchołkiem.

Proste zawierające wysokości trójkąta przecinają się w jednym punkcie.



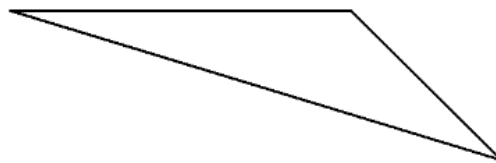
Punkt przecięcia wysokości trójkąta nazywamy **ortocentrum trójkąta**.

Konstrukcje wysokości w trójkątach przypomnij sobie tu:

https://www.youtube.com/watch?v=Fm5eWuH0K_A

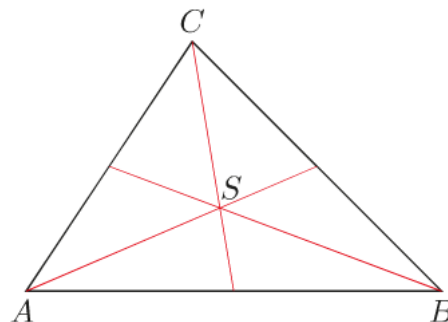
Zadanie 3

Skonstruuj ortocentrum w trójkącie rozwartokątnym.



Środkową trójkąta nazywamy odcinek łączący wierzchołek trójkąta ze środkiem przeciwległego boku.

Środkowe trójkąta przecinają się w jednym punkcie.

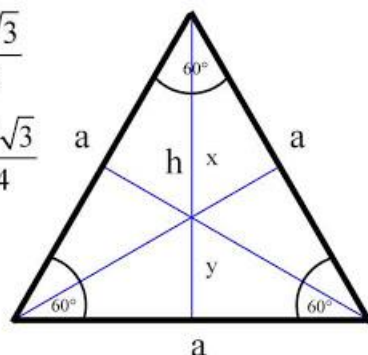


Punkt przecięcia środkowych trójkąta nazywamy **środkiem ciężkości** lub **barycentrum trójkąta**. Punkt ten dzieli każdą ze środkowych w stosunku 2 : 1, gdy liczymy od wierzchołka.

W trójkącie równobocznym wysokości, symetralne boków, środkowe i dwusieczne kątów to te same odcinki.

Wysokość trójkąta h $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Pole trójkąta P $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$x + y = h$

Wysokości w trójkącie przecinają się w jednym punkcie.

Punkt przecięcia dzieli wysokość na odcinki w stosunku 2:1

$$x = \frac{2}{3}h$$

$$y = \frac{1}{3}h$$

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{1}$$

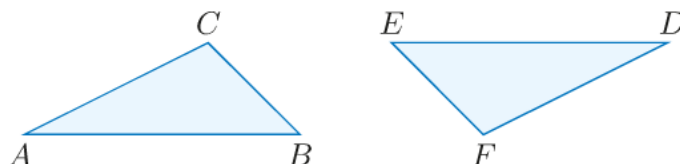
Temat: Przystawanie trójkątów

Figury przystające są to takie figury, które mają taki sam kształt i wielkość.

Symbolem $|AB|$ oznaczać będziemy długość odcinka AB .

Ćwiczenie 1

Trójkąty przedstawione na poniższym rysunku są przystające. Wskaż pary równych boków i kątów.



11. Wskaż pary trójkątów przystających.

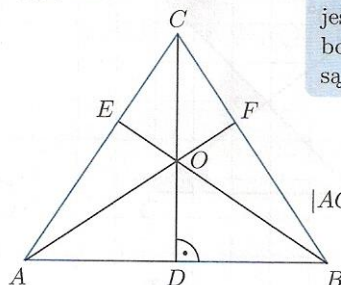
$$\triangle AOC \equiv \triangle BOC$$

$$\triangle ADC \equiv \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\triangle BOF \equiv \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\triangle COF \equiv \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\triangle DOB \equiv \underline{\hspace{2cm}}$$



Trójkąty są przystające, jeśli ich odpowiednie boki i odpowiednie kąty są równe.

$$|AC| = |BC|$$

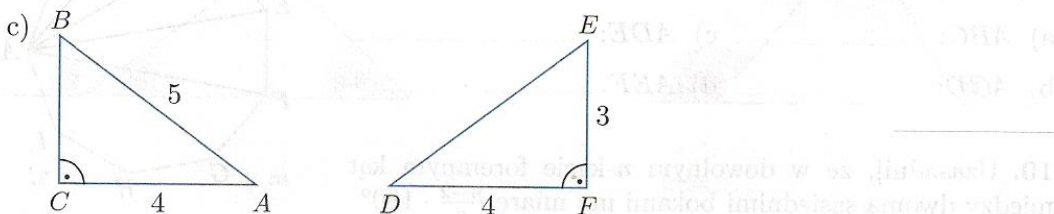
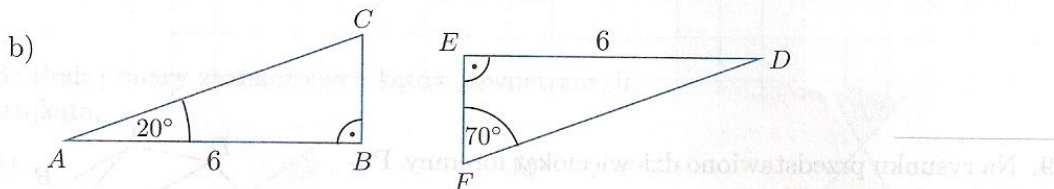
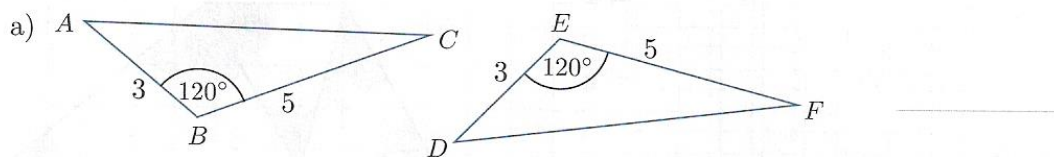
CECHY PRZYSTAWANIA TRÓJKĄTÓW

Cecha BBB – jeśli trzy boki jednego trójkąta są odpowiednio równe trzem bokom drugiego trójkąta, to trójkąty te są przystające.

Cecha BKB – jeśli dwa boki i zawarty między nimi kąt w jednym trójkącie są odpowiednio równe dwóm bokom i zawartemu między nimi kątowi w drugim trójkącie, to trójkąty te są przystające.

Cecha KBK – jeśli bok i dwa leżące przy nim kąty w jednym trójkącie są odpowiednio równe bokowi i dwóm leżącym przy nim kątom w drugim trójkącie, to trójkąty te są przystające.

12. Na podstawie której cechy przystawania trójkątów można stwierdzić, że trójkąty ABC i DEF są przystające?



Nierówność trójkąta

Z odcinków długości: a, b, c można zbudować trójkąt tylko wtedy, gdy:

$$a + b > c$$

gdzie c jest długością najdłuższego odcinka.

Ćwiczenie 6 230

Czy boki trójkąta mogą mieć długości:

- a) 2, 2, $\sqrt{7}$, b) 7, 8, $\sqrt{225}$, c) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, d) 1, $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sqrt{2}$?

- a) Najdłuższym bokiem jest $c = \sqrt{7} \approx 2,65$

$$L = a + b = 2 + 2 = 4 \quad > \quad c = \sqrt{7} \approx 2,65$$

czyli $a + b > c$ więc boki trójkąta mogą mieć długość 2, 2, $\sqrt{7}$

- b)
- c)
- d)

16. Czy można skonstruować trójkąt o podanych bokach? Uzasadnij odpowiedź.

a) 17, 35, 19 _____

b) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ _____

c) $\sqrt{196}$, 1, $\sqrt{169}$ _____

d) $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$ _____

Z odcinków długości a , b , c można zbudować trójkąt tylko wtedy, gdy $a + b > c$, gdzie c jest długością najdłuższego odcinka.

17. Spośród narysowanych poniżej odcinków możemy wybrać trzy takie odcinki, z których da się zbudować trójkąt. Wypisz długości boków każdego z takich trójkątów (jest ich 9).

